

Relación de problemas

Tema 6: Modelos de distribuciones continuas

CÁLCULO DE PROBABILIDADES I. Primer curso de Grado en Estadística

- Los pesos de los soldados de un determinado regimiento presentan una distribución normal de media 65 kg y desviación típica 8 kg. Calcula la probabilidad de que un soldado elegido al azar pese:
 - Más de 61 kg.
 - Entre 63 y 69 kg.
 - Menos de 70 kg.
 - Más de 75 kg.
- La duración de un láser semiconductor a potencia constante tiene una distribución normal con media 7.000 horas y desviación típica de 600 horas.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el láser falle antes de 5.000 horas?
 - ¿Cuál es la duración en horas excedida por el 95 % de los láseres?
 - Si se hace uso de tres láseres en un producto y se supone que fallan de manera independiente. ¿Cuál es la probabilidad de que tres sigan funcionando después de 7.000 horas?
- Una máquina fabrica tornillos cuyas longitudes se distribuyen normalmente con media 20 mm y varianza 0.25 mm. Un tornillo se considera defectuoso si su longitud difiere de la media más de 1 mm. Los tornillos se fabrican de forma independiente. ¿Cuál es la probabilidad de fabricar un tornillo defectuoso? Si los envasamos en envases de 15 tornillos, ¿cuál es la probabilidad de que en un envase no tenga más de 2 defectuosos?.
- Supóngase que la concentración que cierto contaminante se encuentra distribuida de manera uniforme en el intervalo de 0 a 20 partes de millón.
 - Si se considera tóxica una concentración de 8 o más. ¿Cuál es la probabilidad de que al tomarse una muestra la concentración de esta sea tóxica?.
 - Concentración media y varianza.
 - Probabilidad de que la concentración sea exactamente 10.
- Supongase que una variable X se distribuye como $N(\mu, \sigma^2)$, de manera que $P(X \leq 0) = 0,401294$ y $P(X \leq 1,5) = 0,691462$ ¿Cuáles son los valores de los parámetros?
- El personal de una compañía usa una Terminal para realizar sus pedidos internacionales. Si el tiempo que cada comercial gasta en una sesión en la Terminal tiene una distribución exponencial con media 36 minutos, encontrar:
 - Probabilidad de que un comercial utilice la Terminal 30 minutos o menos.
 - Si un comercial ha estado 30 minutos en la Terminal, ¿Cuál es la probabilidad de que pase al menos una hora más en la Terminal?.
 - El 90 % de las sesiones terminan en menos de R minutos. ¿Cuánto vale R ?
- La media de las temperaturas medias diarias en una región durante un año es de 25 °C. y la desviación típica de 10 °C. Si las temperaturas medias obedecen a una ley Normal:
 - Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura media esté comprendida entre 20 y 32 °C.

- b) Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar su temperatura media difiera de la media por lo menos en 5°C .
8. Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años. ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 20 años? Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?
9. La experiencia ha demostrado que las calificaciones obtenidas en un test de aptitud por los alumnos de un determinado centro siguen una distribución Normal de media 400 y desviación típica 100. Si se realiza el test a un determinado grupo de alumnos, calcular:
- El % de alumnos que obtendrán calificaciones comprendidas entre 300 y 500.
 - La probabilidad de que, elegido un alumno al azar, su calificación difiera de la media en 150 puntos como máximo.
 - Los límites del intervalo que contiene al 70 % de los alumnos con calificación más cercana a la media.
 - El porcentaje de alumnos que obtendrán menos de 350 puntos.
 - La puntuación máxima del 15 % con menos puntuación.
10. Supongamos que el consumo familiar de un cierto producto se distribuye como una variable aleatoria de distribución uniforme, con esperanza igual a 10 y varianza unidad. Determina la probabilidad de que dicho consumo este comprendido entre 8 y 12 unidades.
11. Supongamos que el cuerpo de bomberos de una gran ciudad es capaz de atender hasta un máximo de 300 servicios por día. Si el numero medio de servicios diarios es de 250 con distribución de Poisson, ¿cuál es la probabilidad de que un día determinado no se puedan atender todos los servicios requeridos? ¿Qué probabilidad existe de que en 31 días haya al menos un día en el que no se puedan atender todos los servicios requeridos?
12. Una fábrica produce en cada turno 100000 bolas para rodamientos de forma que la probabilidad de defectuosa es 0.04. En el control de las bolas se revisan todas depositando las defectuosas (que se detectan todas) en un recipiente que se vacía al final de cada turno. ¿Cuántas bolas deber poder contener el recipiente para que la probabilidad de que su capacidad no se vea rebasada sea 0.95?
13. El tiempo de reparación de unas máquinas de escribir tiene una distribución aproximadamente exponencial, con media 22 minutos.
- Hallar la probabilidad de que el tiempo de reparación sea menor que diez minutos.
 - Si el costo de reparación es de 2000 pts. por cada media hora o fracción. ¿Cuál es la probabilidad de que una reparación cueste 4000 pts.?
 - Para efectuar una programación, cuánto tiempo se debe asignar a cada reparación para que la probabilidad de que cualquier tiempo de reparación mayor que el tiempo asignado sea sólo de 0.1?
14. Se sabe que el número de llamadas que recibe un departamento de reparaciones sigue una ley de Poisson, de promedio cinco llamadas por hora. Comenzando en un momento aleatoriamente seleccionado, calcular la probabilidad de que la primera llamada no se reciba antes de media hora.
15. Un niño llora al azar, a razón media de 4 veces por hora, de modo que el número de llantos en un intervalo de tiempo dado sigue una ley de Poisson. La madre sólo lo atiende la segunda vez que llora.

- a) Calcular la función de densidad del tiempo transcurrido entre dos atenciones consecutivas de la madre.
 - b) Calcular la probabilidad de que pasen menos de 15 minutos entre dos atenciones consecutivas y de que pase una hora o más.
16. Si consideramos una variable aleatoria X que representa la proporción de personas que consumen una determinada marca de aceite de oliva y que sigue una distribución beta de parámetros 1 y 1, determinar la probabilidad de que dicha proporción esté comprendida entre el 10% y el 50%.